13-1 متوازيات الأضلاع

السابق	الحالي	لماذا؟
لقد صنّفت المضلعات ذات الأضلاع الأربعة على أنها متوازيات أضلاع.	1 التعرف على خصائص أضلاع وزوايا متوازيات الأضلاع وتطبيقها. 2 التعرف على خصائص أقطار متوازيات الأضلاع وتطبيقها.	ذراع هدف كرة السلة يمكن تعديله ليكون على ارتفاع 3 أمتار أو 1.5 متر. لاحظ أنه مع تعديل الارتفاع، تظل أزواج الأضلاع المتقابلة في متوازي الأضلاع متوازية.

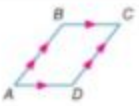
المفردات الجديدة

متوازي أضلاع
parallelogram

إثبات نظريات حول متوازيات الأضلاع.
استخدام البراهين لإثبات النظريات الهندسية البسيطة جبريًا.
استخدام مبادئ الرياضيات، بناء فرضيات صالحة والتعليق على طريقة استنتاج الآخرين.

1 أضلاع متوازيات الأضلاع وزواياها متوازي الأضلاع هو رباعي أضلاع بتوازي فيه كل ضلعان متقابلان.

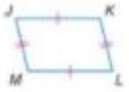
لتسمية متوازي الأضلاع، استخدم الرمز ▱ في ▱ABCD. $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ و $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ حسب التعريف.



▱ABCD

الخصائص الأخرى لمتوازيات الأضلاع مذكورة في النظريات أدناه.

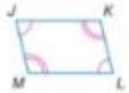
نظرية خواص متوازيات الأضلاع



13.1 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع، فإن ضلعيه المتقابلين متطابقان.

الاختصار الضلعان المتقابلان في ▱ متطابقان ≅.

مثال إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، فإن $\overline{JK} \cong \overline{ML}$ و $\overline{JM} \cong \overline{KL}$.



13.2 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع، فإن كل زاويتين متقابلتين متطابقتان.

الاختصار الزاويتان المتقابلتان A في ▱ متطابقتان ≅.

مثال إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، فإن $\angle J \cong \angle L$ و $\angle K \cong \angle M$.

13.3 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع، فإن كل زاويتين متتاليتين متكاملتان.

الاختصار الزاويتان المتتاليتان A في ▱ متكاملتان.

مثال إذا كان $JKLM$ متوازي أضلاع، فإن $x + y = 180$.

13.4 إذا كان متوازي الأضلاع يحتوي على زاوية واحدة قائمة، فإنه يحتوي على أربع زوايا قائمة.

الاختصار إذا كان ▱ فيه ∠ زاوية واحدة قائمة، فإنه يحتوي على 4 ∠ زوايا قائمة

مثال في ▱JKLM، إذا كانت ∠L زاوية قائمة، فإن ∠K، و ∠L، و ∠M هي أيضًا زوايا قائمة.

حقوق النشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

1 التركيز

التخطيط الرأسي

قبل الدرس 1-13 تصنيف المضلعات ذات الأضلاع الأربعة على أنها أشكال رباعية.

الدرس 1-13 التعرف على خصائص الأضلاع والزوايا لمتوازي الأضلاع وتطبيقها. التعرف على خصائص أقطار متوازي الأضلاع وتطبيقها.

بعد الدرس 1-13 التعرف على الشروط التي تضمن أن الشكل الرباعي هو متوازي أضلاع.

2 التدريس

أسئلة الدعائم التعليمية

اطلب من الطلاب قراءة القسم **لماذا؟** الوارد في هذا الدرس.

اطرح الأسئلة التالية:

- ما الخصائص التي تجعل الشكل المكون من الأذرع والقائم والمرمى متوازي أضلاع؟ أن تكون الأذرع متوازية دائمًا وأن يكون القائم والمرمى متوازيين دائمًا.
- ما الذي يحدث لقياس الزوايا إذا تم خفض المرمى من 3 أمتار إلى 1.5 متر؟ تصبح الزوايا الحادة منفرجة وتصبح الزوايا المنفرجة حادة.
- ما التخمينات التي يمكنك التوصل إليها بشأن العلاقة بين الزوايا الأربع بغض النظر عن ارتفاع المرمى؟ سيساوي مجموع قياسات الزوايا الأربع 360 دائمًا. ستكون الزوايا المتقابلة دائمًا متطابقة. وإذا كان قياس أحد الزوايا 90، فإن جميع الزوايا ستساوي 90.

1 أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه

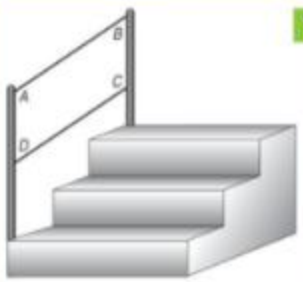
المثال 1 يوضح كيفية استخدام خصائص متوازي الأضلاع لإيجاد القياسات المفقودة.

التقويم التكويني

استخدم التمارين الواردة في القسم "تمرين موجّه" بعد كل مثال للوقوف على مدى استيعاب الطلاب للمفاهيم.

مثال إضافي

1



الإنشاء في $\square ABCD$، افترض أن $m\angle B = 32$، $CD = 200$ cm. $BC = 40$ cm. احسب كل قياس.

a. AD 40 cm

b. $m\angle C$ 148

c. $m\angle D$ 32

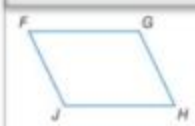
تصيحة دراسية

إدراج رسم

تقدم النظريات في صورة عامة. في البرهان، يتعين عليك إدراج رسم بحيث يمكنك الإشارة بدقة إلى القطع المستقيمة والزوايا.

برهان النظرية 13.2

اكتب برهانًا من عمودين للنظرية 13.4.



المعطيات: $\square FGHJ$

المطلوب: $\angle H \cong \angle F$، $\angle G \cong \angle J$

البرهان:

العبارات	المبرّرات
1. $\square FGHJ$	1. المعطيات
2. $\overline{FJ} \parallel \overline{GH}$، $\overline{FG} \parallel \overline{JH}$	2. تعريف متوازي الأضلاع
3. $\angle F$ و $\angle J$ متكاملتان. $\angle J$ و $\angle H$ متكاملتان. $\angle H$ و $\angle G$ متكاملتان.	3. إذا قُطعت خطوط المتوازية بواسطة خط قاطع، فإن الزوايا الداخلية المتتالية متكاملة.
4. $\angle F \cong \angle H$، $\angle J \cong \angle G$	4. الزوايا المكملة لنفس الزاوية تكون متطابقة.

مهنة من الحياة اليومية

المدرب تنظّم المدربون عمل الرياضيين الهواة والمحترفين، ويعلّمونهم أساسيات إحدى الرياضات ويديرون فرقًا أثناء مواسم التدريب والمسابقات على حد سواء. وقد تشتمل المهام الإضافية على اختيار المعدات والمواد واللوازم الرياضية وتوزيعها. وعادةً ما يكون المدربون الذين في المدارس الثانوية الحكومية حاصلين على درجة البكالوريوس.

مثال من الحياة اليومية 1 استخدام خصائص متوازيات الأضلاع

كرة السلة في $\square ABCD$، افترض أن $m\angle A = 55$ وأن $AB = 0.75$ متر وأن $BC = 0.30$ متر. أوجد جميع القياسات.

a. DC

$DC = AB$	الضلعان المتقابلان في $\square$ متطابقتان. $\cong$
$= 0.75$ m	بالتعويض

b. $m\angle B$

$m\angle B + m\angle A = 180$	الزاويتان المتتاليتان A في $\square$ متكاملتان.
$m\angle B + 55 = 180$	بالتعويض
$m\angle B = 125$	اطرح 55 من كل طرف.

c. $m\angle C$

$m\angle C = m\angle A$	الزاويتان المتقابلتان A في $\square$ متطابقتان $\cong$
$= 55$	بالتعويض

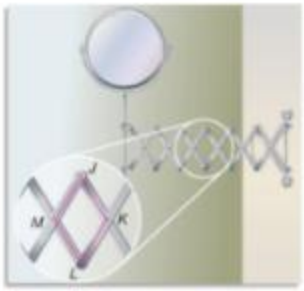
تمرين موجّه

1. **المرايا** المرآة المثبتة على الحائط الموضحة تستخدم متوازيات أضلاع تغير شكلها عند تمديد الذراع. في $\square JKLM$، افترض أن $m\angle J = 47$. أوجد جميع القياسات.

A. $m\angle L$ 47 B. $m\angle M$ 133

C. افترض أن الذراع قد مُدّدت أكثر بحيث تكون الزاوية $m\angle J = 90$. ما قياس كل زاوية من الزوايا الأخرى؟ برر إجابتك.

1C. كل قياس من قياسات الزوايا الأخرى سيكون 90 بحسب النظرية 13.6.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

انتبه!

متوازيات الأضلاع تنطبق النظريات من 13.3 إلى 13.6 فقط إذا كنت تعرف بالفعل أن الشكل متوازي أضلاع. وبشكل خاص لا ينطبق معكوس نظرية 13.6.

إرشاد للمعلمين الجدد

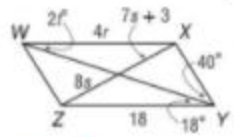
متوازي الأضلاع قبل إخبار الطلاب بالنظريات من 13.3 إلى 13.6، اطلب منهم إعمال الفكر لتخمين الخصائص التي يظنون أنها تنطبق على متوازي الأضلاع.

2 أقطار متوازيات الأضلاع

الأمثلة من 2 إلى 4 توضح كيفية استخدام النظريات لإثبات أن أقطار متوازي الأضلاع تنصف بعضها البعض.

مثال إضافي

2 إذا كان $WXYZ$ عبارة عن متوازي أضلاع، فأوجد قيمة المتغير المشار إليه.



a. r $r = 4.5$

b. s $s = 3$

c. t $t = 9$

التركيز على محتوى الرياضيات

القواطع تتقاطع أقطار متوازي الأضلاع وبالتالي تكون الزوايا الداخلية المتبادلة متطابقة.

2 أقطار متوازيات الأضلاع أقطار متوازي الأضلاع لها خصائص خاصة أيضًا.

نظرية أقطار متوازيات الأضلاع

13.5 إذا كان الشكل الرباعي متوازي أضلاع، فإن قطريه ينصفان بعضهما.

الاختصار قطرا ▱ ينصفان بعضهما.

مثال إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، فإن $\overline{AP} \cong \overline{PC}$ و $\overline{DP} \cong \overline{PB}$

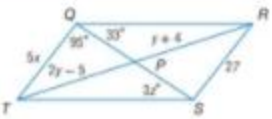
13.6 إذا كان الشكل الرباعي عبارة عن متوازي أضلاع، فإن كل قطر يقسم متوازي الأضلاع إلى مثلثين متطابقين.

الاختصار القطر يقسم ▱ إلى $\triangle$ $\cong$.

مثال إذا كان $ABCD$ متوازي أضلاع، فإن $\triangle ABD \cong \triangle CDB$

مثال 2 استخدام خواص متوازي المستطيلات والجبر

الجبر إذا كان $QRST$ عبارة عن متوازي أضلاع، فأوجد قيمة المتغير المشار إليه.



a. x

$\overline{QT} \cong \overline{RS}$	الضلعان المتقابلان في ▱ متطابقان $\cong$.
$QT = RS$	تعريف التطابق
$5x = 27$	بالتعويض
$x = 5.4$	اقسم كل طرف على 5.

b. y

$\overline{TP} \cong \overline{PR}$	قطرا ▱ ينصفان بعضهما.
$TP = PR$	تعريف التطابق
$2y - 5 = y + 4$	بالتعويض
$y = 9$	اطرح y وأضف 5 إلى كل طرف.

c. z

$\triangle TQS \cong \triangle RSQ$	القطر يقسّم ▱ إلى مثلثين متطابقين $\cong$.
$\angle QST \cong \angle SQR$	CTCPC المبرهنة
$m\angle QST = m\angle SQR$	تعريف التطابق
$3z = 33$	بالتعويض
$z = 11$	اقسم الطرفين على 3.

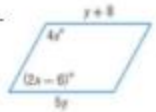
تصيحة دراسية

المثلثات المتطابقة

متوازي الأضلاع الذي به قطران ينصفان الشكل إلى زوجين من المثلثات المتطابقة.

تمرين موجّه

أوجد قيمة كل متغير في متوازي الأضلاع المعطى.

2A. 

$x = 31, y = 2$

2B.

$z = 4.5$

حقوق النسخ © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL AL

المتعلمون أصحاب النمط البصري/المكاني أكد أنه في بعض متوازيات الأضلاع، تبدو الأقطار وكأنها تنصف الزوايا المقابلة، بيد أن هذا ليس من خصائص متوازيات الأضلاع. نبّه الطلاب لئلا يفترضوا أن الزوايا منصفة. في الدرس 4-13، سيدرس الطلاب المعين والمربع. وفي هذا النوع من متوازيات الأضلاع تنصف الأقطار الزوايا المقابلة.

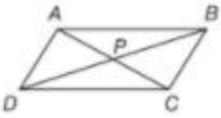
أمثلة إضافية

3 ما إحداثيات تقاطع أقطار متوازي الأضلاع $MNPR$، ذي الرؤوس $M(-3, 0)$ و $N(-1, 3)$ و $P(5, 4)$ و $R(3, 1)$؟ $(1, 2)$

4 اكتب فقرة برهان.

المعطيات: $\square ABCD$، $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ هما قطراه والنقطة P هي نقطة تقاطع $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$.

المطلوب: ينصف $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ كل منهما الآخر.



$ABCD$ متوازي أضلاع و $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ هما قطراه. إذًا $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$. و $\overline{AC}$ متقاطع. $\angle BAC \cong \angle DCA$ و $\angle ABD \cong \angle CDB$ وفقًا لنظرية الزوايا الداخلية المتبادلة ⚠ لمتوازي الأضلاع $AB \cong CD$ حيث إن أضلاع $\triangle APB \cong \triangle CPD$ ≅ وفقًا لمسلمة تساوي زاويتين وضلع محصور. إذًا، وفقًا لخصائص المثلثات المتطابقة $\overline{BP} \cong \overline{DP}$ و $\overline{AP} \cong \overline{CP}$. وبناء على ذلك، ينصف $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$ كل منهما الآخر.

يمكنك استخدام النظرية 13.5 لتحديد إحداثيات تقاطع القطرين في متوازي أضلاع على المستوى الإحداثي من طريق معرفة إحداثيات الرؤوس.

مثال 3 متوازيات الأضلاع والهندسة الإحداثية

الاستيعاب حدّد إحداثيات نقطة تقاطع القطرين في $\square FGHJ$ الذي رؤوسه $F(-2, 4)$ و $G(3, 5)$ و $H(2, -3)$ و $J(-3, -4)$.

لأن قطري متوازي الأضلاع ينصفان بعضهما، فإن نقطة التقاطع هي منتصف كل من $\overline{FH}$ و $\overline{GJ}$. أوجد نقطة منتصف $\overline{FH}$ التي طرفاها $(-2, 4)$ و $(2, -3)$.

$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right) = \left(\frac{-2 + 2}{2}, \frac{4 + (-3)}{2}\right)$ قانون نقطة المنتصف

$= (0, 0.5)$ بسّط

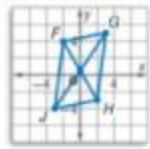
إحداثيات نقطة تقاطع القطرين في $\square FGHJ$ هي $(0, 0.5)$.

التحقق أوجد نقطة منتصف $\overline{GJ}$ التي طرفاها $(3, 5)$ و $(-3, -4)$.

$\left(\frac{3 + (-3)}{2}, \frac{5 + (-4)}{2}\right) = (0, 0.5)$ ✔

تصيحة دراسية

الانتظام مثّل متوازي المستطيلات بيانيًا في المثال 3 ونقطة تقاطع القطرين التي تجدها. ارسم القطرين. تبدو نقطة التقاطع صحيحة.



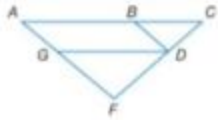
تمرين موجّه

3. **الاستيعاب** حدّد إحداثيات نقطة تقاطع القطرين في $RSTU$ الذي رؤوسه $R(-8, -2)$ و $S(-6, 7)$ و $T(6, 7)$ و $U(4, -2)$. $(-1, 2.5)$

يمكنك استخدام خصائص متوازيات الأضلاع وأقطارها لكتابة الإثباتات.

مثال 4 براهين تستخدم خواص متوازيات الأضلاع

اكتب فقرة برهان.



المعطيات: $\square ABDG$، $\overline{AF} \cong \overline{CF}$

المطلوب: $\angle BDG \cong \angle C$

البرهان:

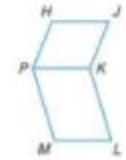
نعلم من المعطيات أن $ABDG$ متوازي مستطيلات. ولأن الزوايا المتقابلة في متوازي المستطيلات تكون متطابقة، فإن $\angle BDG \cong \angle A$. كما نعلم أيضًا من المعطيات أن $\overline{AF} \cong \overline{CF}$. حسب نظرية المثلث متساوي الساقين، تكون $\angle C \cong \angle A$. وإذًا حسب خاصية التعدي في التطابق، فإن $\angle BDG \cong \angle C$.

تمرين موجّه

4. اكتب برهانًا من عمودين.

المعطيات: $\square HJKP$ و $\square PKLM$

المطلوب: $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$



4. **المعطيات:** $\square HJKP$ و $\square PKLM$

المطلوب: $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$

البرهان:

العبارات (المبررات)

1. $\square HJKP \cong \square PKLM$ (معطيات)
2. $\overline{PK} \cong \overline{ML}$، $\overline{HJ} \cong \overline{PK}$ الأضلاع المتقابلة في $\square$ تتطابق)
3. $\overline{HJ} \cong \overline{ML}$ (خاصية التعدي)

حقوق النشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

3 التمرين

التقويم التكويني

استخدم التمرينين من 1 إلى 8 للتحقق من استيعاب الطلاب.

ثم استخدم المخطط الموجود في الجزء السفلي من هذه الصفحة لتخصيص واجبات الطلاب.

التحقق من فهمك

مثال 1

1. **الدراجات** إطار يمر بين الدراسات على شكل شبه منحرف متساوي الساقين. في $\square ABCD$، افترض أن $m\angle ABC = 45$ و $AB = 61$ cm و $AD = 58$ cm. أوجد جميع القياسات.

a. $m\angle BAD$ 135

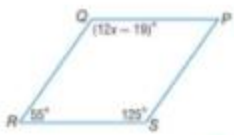
b. BC 58 cm

c. $m\angle ADC$ 45

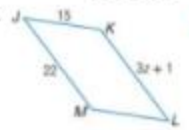
مثال 2

الجبر أوجد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.

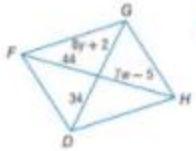
2. $x = 12$



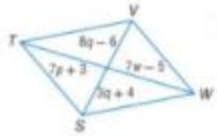
3. $z = 7$



4. $w = 7$, $y = 4$



5. $p = 5$, $q = 2$



مثال 3

6. **الهندسة الإحداثية** حدد الإحداثيات التي تغلق كل رباعي من الرباعيات في طريقين في $\square FGHJ$ الذي رؤوسه $F(-7, 6)$ و $G(-1, 10)$ و $H(3, 0)$ و $J(-3, -4)$. $(-2, 3)$

مثال 4

البرهان اكتب النوع المحدد من البراهين. 8–7. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

7. برهان ج

المعطيات: $\square ABCD$، $\angle A$ زاوية قائمة

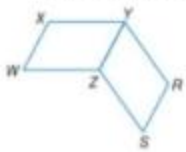
المطلوب: $\angle B$ و $\angle C$ و $\angle D$ زوايا قائمة

(انظر نظرية 13.6).

8. برهان ج

المعطيات: $XYZW$ و RSW متوازيا أضلاع.

المطلوب: $\overline{XW} \cong \overline{RS}$



التدرب وحل المسائل

مثال 1

استخدم $\square LMNP$! أوجد جميع القياسات.

9. $m\angle L$ 108°

10. MP 8

11. $m\angle M$ 72°

12. LM 12

جميع الحقوق محفوظة © McGraw-Hill Education

خيارات الواجب المنزلي المتمايزة

المستوى	الواجب	خيار التمرين	
AL مرتفع	9–25, 42–58	9–25 فردي, 46–49	10-24 زوجي, 42-45, 50-58
OL أساسي	9–37 فردي, 38–40, 42–58	9–25, 46–49	27-40, 42-45, 50-58
BL متقدم	26–58		

13. **الرسم** 3 متوازيات أضلاع مستخدمة في رسم مكعب يبدو ثلاثي الأبعاد 3-D في $\square FGHD$، $FD = 1$ متر، $FG = \frac{1}{2}$ متر، و $m\angle GFD = 132$. أوجد جميع القياسات.

a. DH 1 متر

b. GH $\frac{1}{2}$ متر

c. $m\angle GHD$ 132

d. $m\angle FDH$ 48

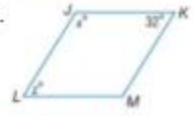
14. **الهندسة المعمارية** سقف أحمد البناني مقام على شكل متوازي أضلاع.

a. حدد زوجين من القطع المستقيمة المتطابقة. $\overline{JM} \cong \overline{KL}$ و $\overline{LK} \cong \overline{ML}$

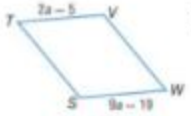
b. حدد زوجين من الزوايا المتكاملة. $\angle JKL$ متكاملة مع $\angle JML$ و $\angle KLM$ متكاملة مع $\angle KJM$

مثال 2

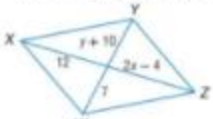
الجبر أوجد قيمة كل متغير في كل متوازي أضلاع.

15. 

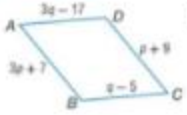
$x = 148, z = 32$

16. 

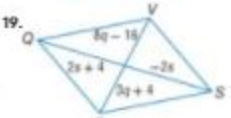
$a = 7, b = 5$

17. 

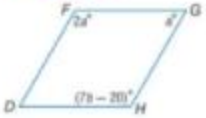
$x = 8, y = -3$

18. 

$p = 2, q = 6$

19. 

$s = -1, q = 4$

20. 

$a = 60, b = 20$

مثال 3

الهندسة الإحداثية أوجد إحداثيات نقطة تقاطع القطرين في $\square WXYZ$ المحطى لك رؤوسه.

21. $W(-3, 5), X(1, 7), Y(3, 1), Z(-1, -1)$ (0,3)

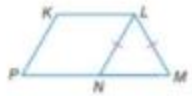
22. $W(1, 2), X(4, 7), Y(6, 5), Z(3, 0)$ $\left(\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$

مثال 4

البرهان اكتب برهانًا من عمودين. 24–23. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

23. **المعطيات:** $ABDE$ و $ABCD$ متوازيا أضلاع.
المطلوب: $\triangle ADE \cong \triangle BCD$

24. **المعطيات:** $\triangle LMN$ مثلث متساوي الساقين. $KLNP$ متوازي أضلاع.
المطلوب: $\angle LMN$ متكاملة مع $\angle KPN$



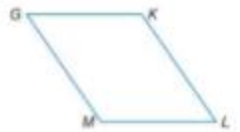
حقوق النشر والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التدريس المتمايز OL BL

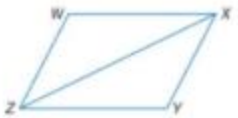
التوسع اطلب من الطلاب رسم متوازي أضلاع يقع في نطاق جميع الأرباع لشبكة إحداثيات. ثم اطلب من الطلاب رسم أقطار الشكل. ثم اطلب من الطلاب رسم شكلين مشابهين للشكل مع تغيير أبعادهما بمعاملي مقياس 0.5 و 2. وينبغي أن يرسم الطلاب الأقطار على الشكلين المغيّر أبعادهما أيضًا. اطلب من الطلاب أن يكتبوا في دفاترهم العلاقة بين الزوايا الداخلية للأشكال الثلاثة وأقطارها. إن تغيير أبعاد متوازي الأضلاع لا يغير من قياس الزوايا الداخلية للشكل التالي. جميع الأقطار المتناظرة متوازية.

البرهان اكتب النوع المحدّد من البراهين. 25–28. انظر ملحق إجابات الوحدة 13.

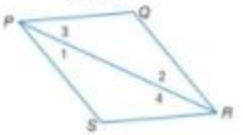
25. من عمودين
المعطيات: $\square GKLM$
المطلوب: تكامل $\angle G$ مع $\angle K$ و $\angle K$ مع $\angle L$ و $\angle L$ مع $\angle M$ و $\angle M$ مع $\angle G$
(النظرية 13.3)



26. من عمودين
المعطيات: $\square WXYZ$
المطلوب: $\triangle WXZ \cong \triangle YZX$
(النظرية 13.6)

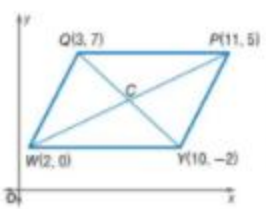


27. من عمودين
المعطيات: $\square PQRS$
البرهان: $\overline{PQ} \cong \overline{RS}, \overline{QR} \cong \overline{SP}$
(النظرية 13.1)



28. حر
المعطيات: $\square ACDE$ متوازي أضلاع.
البرهان: $\overline{AD}$ تنصف $\overline{EC}$
(النظرية 13.5)

29. **الهندسة الإحداثية** استخدم التمثيل البياني الموضح.



a. استخدم قانون المسافة في بيان أن $\overline{QW} \cong \overline{PY}$ و أن $\overline{QP} \cong \overline{WY}$.

$QP = \sqrt{(11-3)^2 + (5-7)^2} = 2\sqrt{17}$
$WY = \sqrt{(10-2)^2 + (-2-0)^2} = 2\sqrt{17}$
$QW = \sqrt{(3-2)^2 + (7-0)^2} = 5\sqrt{2}$
$PY = \sqrt{(11-10)^2 + (5--2)^2} = 5\sqrt{2}$

b. أوجد إحداثيات C إذا كانت $\overline{QY}$ تنصف $\overline{WP}$ $\left(\frac{13}{2}, \frac{5}{2}\right)$

c. استخدم الميول في تحديد ما إذا كان $QPWY$ متوازي أضلاع أم لا.

ميل $\overline{QP} = \frac{7-5}{3-11} = -\frac{1}{4}$ ميل $\overline{QW} = \frac{7-0}{3-2} = 7$

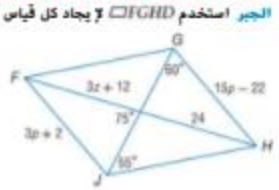
ميل $\overline{WY} = \frac{-2-0}{10-2} = -\frac{1}{4}$ ميل $\overline{PY} = \frac{5--2}{11-10} = 7$

لأن الأضلاع المتقابلة في $QPWY$ متوازية، فإن $QPWY$ متوازي أضلاع.

الجبر استخدم $\square FGHD$ لإيجاد كل قياس أو قيمة.

30. z 4

31. $m\angle FHJ$ 20



32. $m\angle FHJ$ 65

33. p 2

34. $m\angle GHK$ 45

35. $m\angle FJH$ 115

حقوق النسخ والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

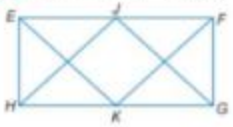
809

36. **الهندسة الإحداثية** إذا كان $WXYZ$ يتضمن الرؤوس $W(3, -2)$ و $X(-2, -4)$ و $Y(1, 1)$، فحدد إحداثيات الرأس Z إذا كانت تقع بالربع الأول. **(6,3)**

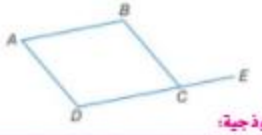
البرهان اكتب برهانًا من عمودين.

37. **المعطيات:** $\overline{HJ}$ تنصف $\overline{EK}$، $\overline{EF}$ تنصف $\overline{HG}$، $\square EFGH$

البرهان: $\triangle EJH \cong \triangle GKF$ **انظر ملحق إجابات الوحدة 13.**



38. **التمثيلات المتعددة** في هذه المسألة، سوف تستكشف الزاوية التي تنتج بعد أحد أضلاع متوازي الأضلاع.



a. **هندسيًا** قم بإنشاء 3 متوازيات أضلاع وقم بعد أحد الأضلاع. قم بتسمية كل منها بالاسم $ABCD$ كما هو موضح. قم بقياس ونمذجة أضلاع متوازي الأضلاع وزواياه. **انظر الهامش.**

b. **جدوليًا** انسخ الجدول التالي وأكمله.

متوازي الأضلاع	$m\angle A$	$m\angle D$	$m\angle BCE$
متوازي الأضلاع 1			
متوازي الأضلاع 2			
متوازي الأضلاع 3			

الإجابة النموذجية:

متوازي الأضلاع	$m\angle A$	$m\angle D$	$m\angle BCE$
متوازي الأضلاع 1	30	150	150
متوازي الأضلاع 2	60	120	120
متوازي الأضلاع 3	20	160	160

c. **لفظيًا** قم بتخمين قياس الزاوية المكونة من مد أحد أضلاع متوازي الأضلاع وكذلك تخمين قياسات الزوايا الأخرى. **الإجابة النموذجية: $m\angle BCE$ تساوي $m\angle D$ والزاوية $m\angle B$ تكمل الزاوية $m\angle A$ والزاوية $m\angle BCD$.**

مسائل مهارات التفكير العليا استخدام مهارات التفكير العليا

39. **تحدي** $ABCD$ متوازي أضلاع قطراه كما هو مبين. اذكر جميع أزواج المثلثات المتطابقة. **الإجابة النموذجية: $\triangle ABE \cong \triangle CDE$، $\triangle BEC \cong \triangle DEA$، $\triangle ABC \cong \triangle CDA$، $\triangle BAD \cong \triangle DCB$**

40. **الكتابة في الرياضيات** اشرح ما الذي يجعل متوازيات الأضلاع أنواعًا خاصة من الأشكال الرباعية. **انظر الهامش.**

41. **مسألة غير محددة** الإجابة فكم مثالاً مكسيًا لتوضيح أن متوازيات الأضلاع ليست دائمًا متطابقة إذا كانت زواياها المتناظرة متطابقة. **انظر الهامش.**

42. **تبرير** إذا كان $A(-1, 2)$ و $B(2, 1)$ ثلاثة رؤوس لمتوازي أضلاع، فما النقاط التي يمكن أن تستخدم للرأس الرابعة؟ **انظر الهامش.**

43. **الكتابة في الرياضيات** اشرح السبب في أن المستطيلات دائمًا تكون متوازيات أضلاع، ولكن متوازيات الأضلاع تكون أحيانًا مستطيلات.

المستطيلات تكون دائمًا متوازيات أضلاع لأن الأضلاع المتقابلة في المستطيلات دائمًا تكون متوازية ولكن متوازيات الأضلاع تكون أحيانًا مستطيلات لأن بعض متوازيات الأضلاع لا تحتوي على زوايا قائمة والمستطيل يجب أن يكون به أربع زوايا قائمة.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التمثيلات المتعددة

في التمرين 38، يستخدم الطلاب رسومًا هندسيةً وجدولاً إضافةً إلى الوصف اللفظي لاستكشاف اختبار لمعرفة متى يكون رباعي الأضلاع متوازي أضلاع.

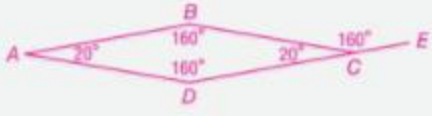
إجابات إضافية

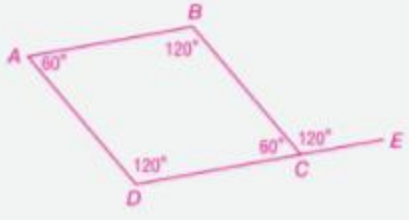
40. متوازيات الأضلاع عبارة عن أنواع خاصة من الأشكال رباعية الأضلاع. وهذا لأنها عبارة عن أشكال ذات أربعة جوانب، تكون فيها الجوانب المتقابلة متوازية. وتكون الزوايا والجوانب المتقابلة متطابقة وتنصف الأقطار بعضها البعض.

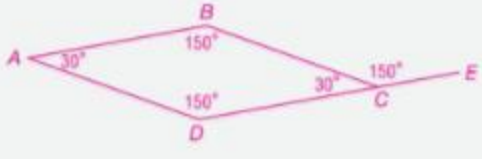
41. الإجابة النموذجية:

42. $(0, 4), (4, -2), (-2, 0)$

38a. الإجابة النموذجية:







4 التقويم

بطاقة التحقق من استيعاب الطلاب

اطلب من الطلاب ذكر جميع خصائص متوازيات الأضلاع التي تعلموها. اطلب من الطلا ب تقديم عباراتهم بالترتيب قبل مغادرتهم للصف الدراسي.

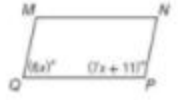
تدرب على الاختبار المعياري

44. زاويتان متتاليتان في متوازي أضلاع قياساهما $3x + 42$ و $9x - 18$. ما قياس الزاويتين؟ **D**

A 13, 167 C 39, 141

B 58.5, 31.5 D 81, 99

45. **الإجابة الشبكية** في متوازي الأضلاع $MNPQ$ الموضح بالرسم، ما قيمة x؟ **13**



46. **الجبر** في صف حساب مثلثات يضم 32 طالبًا، النسبة بين الطلاب الذين يدرسون الهندسة والطلاب الذين يدرسون الرياضيات هي 5 إلى 3. بكم يزيد عدد طلاب الهندسة عن طلاب الرياضيات؟ **G**

F 2 G 8 H 12 J 15

47. SAT/ACT يوضح الجدول ارتفاعات أعلى البنايات في كنساس سيتي، ميزوري. فما الفارق الموجب، مُقرّبًا لأقرب جزء من العشرة، بين وسيط البنايات ووسطها؟ **B**

الاسم	الارتفاع (m)
وان كنساس سيتي بليس	193
ثاون باسيليون	180
حيلة ريجينسي	154
باور آند لايت بيلدينج	147
مجلس المدينة	135
1201 والنت	130

A 5
B 6
C 7
D 8
E 10

مراجعة شاملة

في الشكل، $b \parallel a$ و $d \parallel c$ و $m\angle 4 = 57$. أوجد قياس كل زاوية.

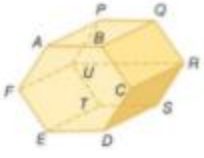
48. $\angle 5$ **123**

49. $\angle 1$ **123**

50. $\angle 8$ **57**

51. $\angle 10$ **57**

راجع الرسم التخطيطي الموجود على اليسار.



52. حدد جميع القطع المستقيمة التي توازي $\overline{TU}$. **$\overline{BC}$, $\overline{EF}$, $\overline{QR}$**

53. حدد جميع المستويات التي تتقاطع مع المستوى BCR. **ABC, ABQ, PQR, CDS, APU, DET**

54. حدد جميع القطع المستقيمة المتخالفة مع $\overline{DE}$. **$\overline{AP}$, $\overline{BQ}$, $\overline{CR}$, $\overline{FU}$, $\overline{PU}$, $\overline{QR}$, $\overline{RS}$, $\overline{TU}$**

55. **الإنشاءات** توجد أربعة بنايات في حرم مدرسة مانصفيلد الثانوية. ولا تبدو ثلاثة بنايات منها على خط مستقيم. فكم عدد الممرات التي يتبقى بناؤها حتى يتصل كل مبنى مباشرة بالمباني الأخرى؟ **6**

مراجعة المهارات

رؤوس الشكل الرباعي هي $W(3, -1)$ و $X(4, 2)$ و $Y(-2, 3)$ و $Z(-3, 0)$. حدد ما تمثله كل قطعة مستقيمة في الشكل الرباعي؛ أهي ضلع أم قطر؟ وأوجد ميل كل قطعة مستقيمة.

56. $\overline{YZ}$ **3 ضلع؛**

57. $\overline{YW}$ **$-\frac{4}{5}$ قطر؛**

58. $\overline{ZW}$ **$-\frac{1}{6}$ ضلع؛**

حقوق الطبع © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

811

1 التركيز

الهدف استخدام حاسبة التمثيل البياني لاستكشاف خواص متوازيات الأضلاع.

المواد

- حاسبة تمثيل بياني

2 التدريس

العمل بصورةٍ مستقلة

اطلب من الطلاب العمل بصورة مستقلة أو مجموعات ثنائية متفاوتة القدرات.

اطلب من الطلاب إكمال الخطوات من 1 إلى 5.

اطرح السؤالين التاليين:

- ما الذي يمكن قوله بشأن طولي $\overline{CA}$ و $\overline{DB}$؟ الأطوال متطابقة حيث إن $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$.
- ما الغرض من استخدام أداة الميل في هذا النشاط؟ إذا كان هناك مستقيمان لهما نفس الميل، فهما متوازيان والأضلاع المتوازية تشير إلى أن الشكل متوازي أضلاع.

التمرين اطلب من الطلاب العمل بصورة مستقلة لإكمال التمارين من 5-1.

3 التقويم

التقويم التكويني

استخدم التمرينين 4 و 5 لتقويم ما إذا كان الطلاب يمكنهم فهم خصائص متوازي الأضلاع.

من العملي إلى النظري

أخبر الطلاب البحث بأنحاء الفصل للعثور على أمثلة لمتوازيات الأضلاع. اسأل الطلاب كيف يمكنهم معرفة إن كانت الأمثلة شكل رباعي فقط أو شكل رباعي عبارة عن متوازي أضلاع.

13-2 مختبر تقنية التمثيل البياني
متوازيات الأضلاع

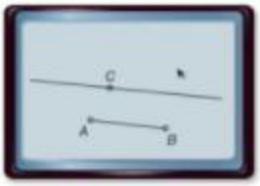
تصميم إنشاءات هندسية للأشكال باستخدام مختلف الأدوات والطرق (الفرجار والمسطرة والمنقلة والأدوات المقاسة والورق العادي للطي وبرنامج هندسي ديناميكي، وما إلى ذلك).

النشاط

أنشئ رباعي أضلاع به زوج واحد من الأضلاع متوازٍ ومتطابق على حدٍ سواء.

الخطوة 1 أنشئ قطعة مستقيمة باستخدام الأداة **Segment (القطعة المستقيمة)** من القائمة F2. أسمِ القطعة المستقيمة الاسم $\overline{AB}$. هذه القطعة هي أحد أضلاع الشكل الرباعي.

الخطوة 2 استخدم الأداة **Parallel (متوازي)** من القائمة F3 لإنشاء مستقيم موازٍ للقطعة المستقيمة. يؤدي الضغط على ENTER إلى رسم مستقيم ونقطة على المستقيم. قم بتسمية النقطة بالاسم C.



الخطوتان 1 و 2

الخطوة 3 افتح الأداة **Compass (الفرجار)** من القائمة F3. اضبط فتحة الفرجار بطول $\overline{AB}$ بتحديد أحد طرفي القطعة المستقيمة ثم تحديد الطرف الآخر. قم برسم دائرة مركزها C.

الخطوة 4 استخدم الأداة **Point Intersection (نقطة تقاطع)** من القائمة F2 لرسم نقطة عند تقاطع مع المستقيم والدائرة. قم بتسمية النقطة بالاسم D. ثم استخدم الأداة **Segment (القطعة المستقيمة)** من القائمة F2 لرسم $\overline{AC}$ و $\overline{BD}$.

الخطوتان 3 و 4

الخطوة 5 استخدم الأداة **Hide/Show (إخفاء/إظهار)** من القائمة F5 لإخفاء الدائرة ثم افتح الأداة **Slope (ميل)** ضمن **Measure (قياس)** من القائمة F5. اعرض الميل لكل من $\overline{AB}$ و $\overline{BD}$ و $\overline{CD}$ و $\overline{AC}$.

الخطوة 5

تحليل النتائج 5-1. انظر الهامش.

1. ما العلاقة بين الضلعين $\overline{AB}$ و $\overline{CD}$؟ اشرح كيف عرفت ذلك.
2. ما الذي تلاحظه بشأن ميلي الضلعين المتقابلين من الشكل الرباعي؟ ما نوع الشكل الرباعي $ABDC$؟ اشرح.
3. اضغط على النقطة A واسحبها لتغيير شكل $ABDC$. ما الذي تلاحظه؟
4. حدّد بشأن رباعي أضلاع يتطابق ويتوازى به زوج من الأضلاع المتقابلة.
5. استخدم حاسبة التمثيل البياني لإنشاء رباعي أضلاع بحيث يتطابق به زوجان من الأضلاع المتقابلة. ثم حلل قيم ميل أضلاع الشكل الرباعي. حدّد بناءً على ملاحظاتك.

حقوق النشر وتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

وسِّع النشاط

اطرح السؤال التالي:

- افترض أن هناك شكل رباعي به زوج من الأضلاع المتوازية والمتطابقة. هل هو متوازي أضلاع؟ نعم.

إجابات إضافية

1. $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ و $\overline{AB} \cong \overline{CD}$: تم رسم المستقيم الذي يتضمن $\overline{CD}$ بحيث يكون موازيًا لـ $\overline{AB}$. واستخدم الفرجار لضمان أن يكون $\overline{AB} \cong \overline{CD}$.
2. الميلان متساويان. $ABDC$ متوازي أضلاع حيث إن الأضلاع المتقابلة متوازية.
3. يظل ميل الأضلاع المتقابلة متساويًا.
4. رباعي الأضلاع هو متوازي أضلاع.
5. إن رباعي الأضلاع الذي يحتوي على زوجين من الأضلاع المتقابلة المتوازية هو متوازي أضلاع.